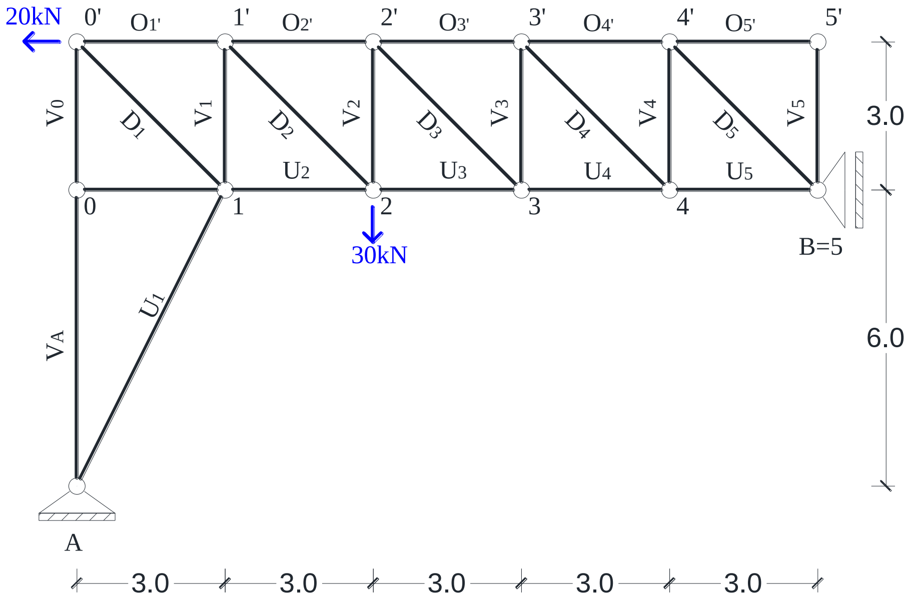
Zadatak: *Za rešetkasti nosač sa slike odrediti:*

a) *Vertikalno pomjeranje čvora „2' "*
b) *Obrtanje štapa „1-2" (U_2)*
c) *Promjenu rastojanja između čvora „1" i „2' "*
d) *Promjenu ugla između štapova „U_2" i „D_2"*

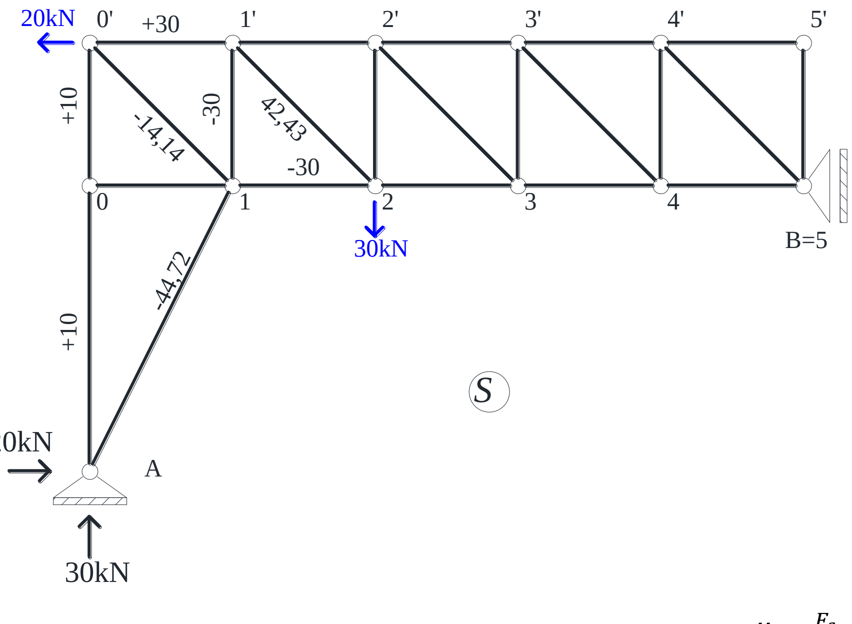
Usled:

1) *Zadatog opterećenja sa slike*
2) *Temperaturne promene u osama štapova gornjeg pojasa $t° = +25℃$*
3) *Pomeranja oslonca „A" u levo za $c_a = 3cm$.*

EF=const.

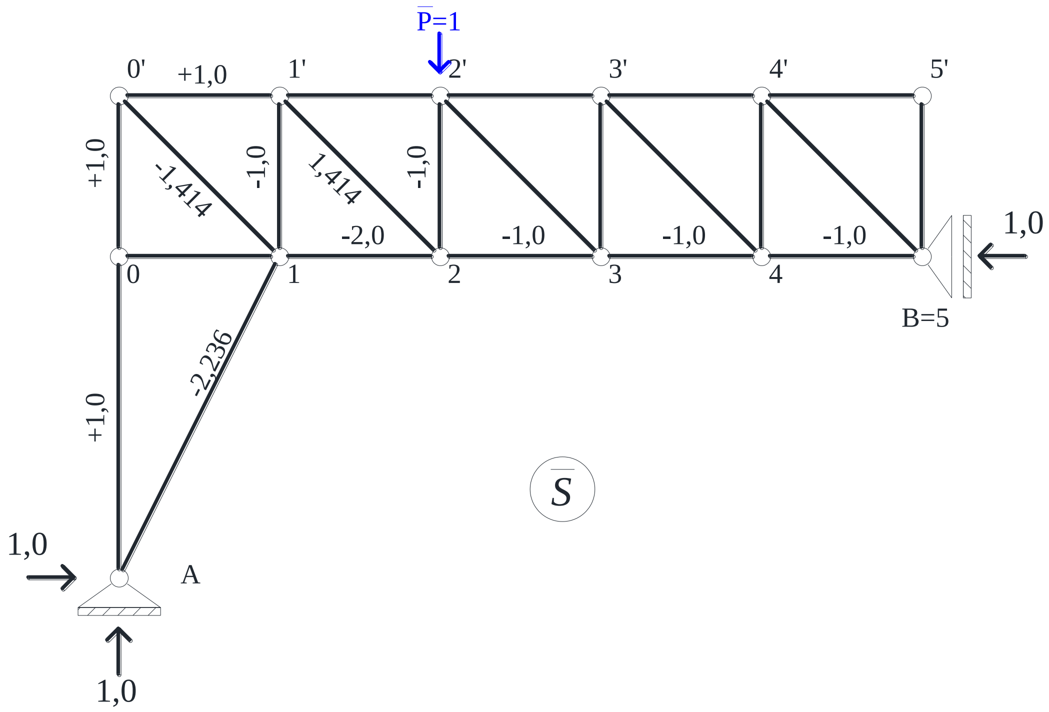


1) ***Reakcije i sile u štapovima usled zadatog opterećenja***



-Redukovane dužine zbog EF=const su iste kao i stvarne dužine nosača $l'' = \frac{F_c}{F} d_s = l.$

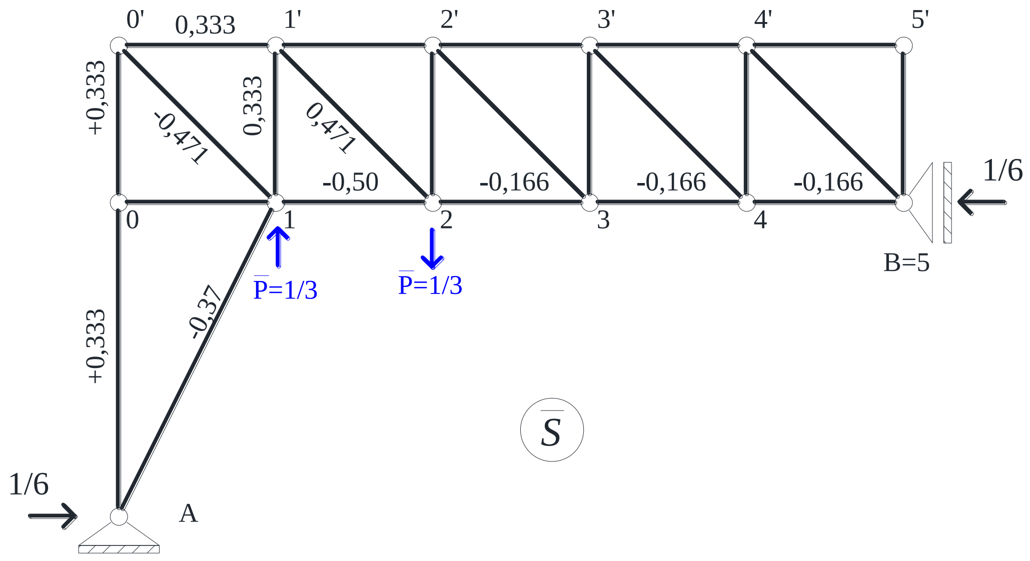
a) Vertikalno pomjeranje čvora „2' "



$$EF_C v = \sum S \cdot \bar{S} \cdot L''$$

$$= 10 \cdot 1 \cdot 6 + 10 \cdot 1 \cdot 3 + 30 \cdot 1 \cdot 3 + (-14{,}14) \cdot (-1{,}414) \cdot 4{,}243 + (-44{,}72) \cdot (-2{,}236) \cdot 6{,}708 + (-30) \cdot (-1) \cdot 3 + 42{,}43 \cdot 1{,}414 \cdot 4{,}243 + (-30) \cdot (-2) \cdot 3 = 1460{,}2$$

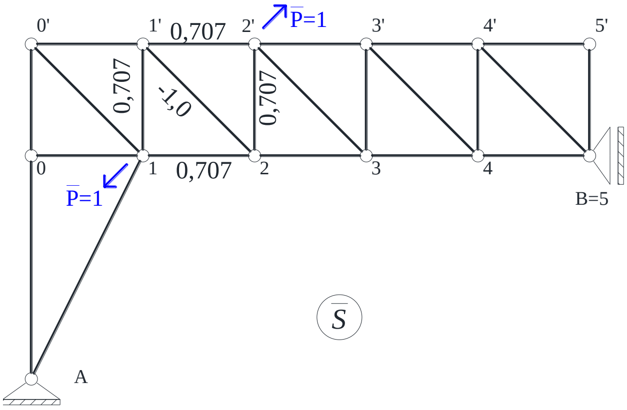
b) Obrtanje štapa „1-2" (U_2)



$$EF_C \varphi = \sum S \cdot \bar{S} \cdot L''$$

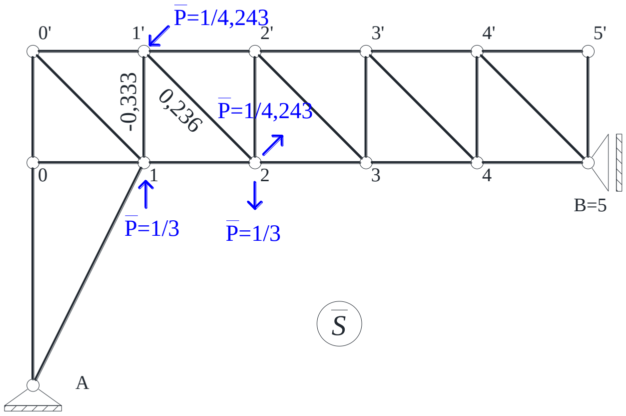
$$= 10 \cdot 0{,}333 \cdot 6 + 10 \cdot 0{,}333 \cdot 3 + 30 \cdot 0{,}333 \cdot 3 + (-14{,}14) \cdot (-0{,}471) \cdot 4{,}243 + (-44{,}72) \cdot (-0{,}37) \cdot 6{,}708 + (-30) \cdot (-0{,}333) \cdot 3 + 42{,}43 \cdot 0{,}471 \cdot 4{,}243 + (-30) \cdot (-0{,}5) \cdot 3 = 359{,}65$$

c) Promjenu rastojanja između čvora „1“ i „2' “



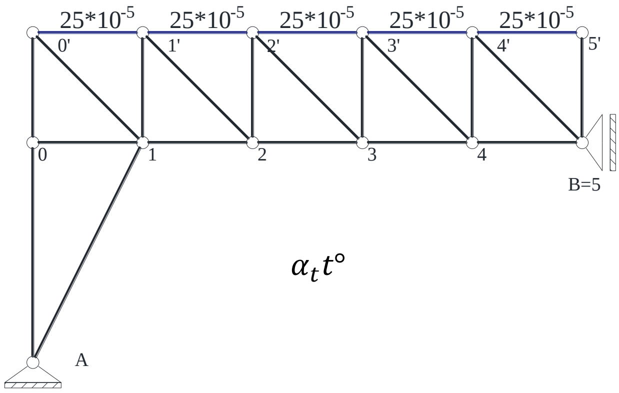
$$EF_C\Delta l = \sum S \cdot \bar{S} \cdot L'' = (-30)\cdot 0{,}707 \cdot 3 + 42{,}43 \cdot (-1)\cdot 4{,}243 + (-30)\cdot 0{,}707 \cdot 3 = -307{,}3$$

d) Promjenu ugla između štapova „U_2“ i „D_2“



$$EF_C\Delta\varphi = \sum S \cdot \bar{S} \cdot L'' = (-30)\cdot(-0{,}333)\cdot 3 + 42{,}43 \cdot 0{,}236 \cdot 4{,}243 = 72{,}49$$

2) Temperaturna promena u osi štapova gornjeg pojasa rešetke



$\alpha_t t^\circ$

a) $v = \sum \alpha_t t^\circ \cdot \bar{S} \cdot L = 25 \cdot 10^{-5} \cdot 1 \cdot 3 = 75 \cdot 10^{-5}$

b) $\varphi = \sum \alpha_t t^\circ \cdot \bar{S} \cdot L = 25 \cdot 10^{-5} \cdot 0.333 \cdot 3 = 25 \cdot 10^{-5}$

c) $\Delta l = \sum \alpha_t t^\circ \cdot \bar{S} \cdot L = 25 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}707 \cdot 3 = 53 \cdot 10^{-5}$

d) $\Delta\varphi = \sum \alpha_t t^\circ \cdot \bar{S} \cdot L = 0$

3) Pomeranje oslonca A u levo za $c_A = 0,03m$

a) $v = -\sum \bar{C}_i\, c_i = -[1 \cdot (-0{,}03)] = 0{,}03m$

b) $\varphi = -\sum \bar{C}_i\, c_i = -[0{,}1666 \cdot (-0{,}03)] = 0{,}005\, rad$

c) d) deformacija je nula jer ne postoji reakcija oslonca „A“ usled generalisanih sila!

Dijagram pomeranja punih nosača - Statičko kinematička analogija štapa

Pomeranje tačaka analitički primenjujemo samo u jednostavnijim slučajevima, uglavnom za prav štap konstantnog poprečnog preseka koji je opterećen jednostavnim oblicima opterećenja. U ostalim slučajevima pomeranja određujemo grafički ili numerički, pri čemu koristimo analogiju koja postoji između diferencijalnih jednačina za pomeranja tačaka ose štapa sa jedne strane i uslova ravnoteže elemenata jednog pravog fiktivnog štapa s druge strane.

Odnosno, pomeranje v datog štapa usled datih spoljašnjih uticaja su jednaka momentima M^f a uglovi obrtanja poprečnog preseka $\varphi - \varphi_T$ jednaki transverzalnim silama T^f fiktivnog štapa koji je opterećen sa fiktivnim raspodeljenim silama:

$$p^f = \left(\frac{M}{EI} + \alpha_t \frac{\Delta t}{h}\right)\frac{1}{cos\alpha}$$

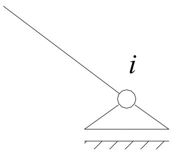
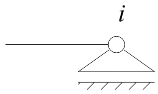
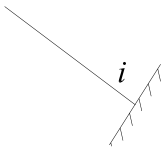
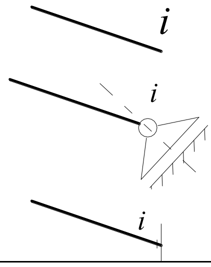
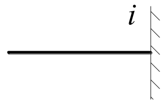
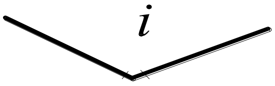
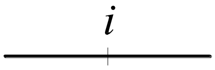
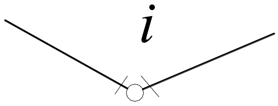
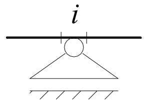
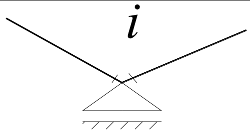
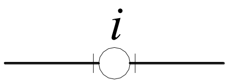
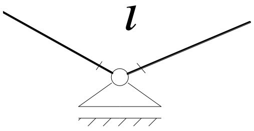
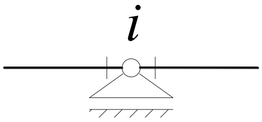
i fiktivnim raspodeljenim momentima:

$$m^f = \left(\frac{N}{EF} + \alpha_t t^{\circ}\right) \cdot tg\alpha + k\frac{T}{FG}$$

*Da bi ovaj uslov bio ispunjen potrebno je da **granični uslovi fiktivnog nosača po silama budu jednaki graničnim uslovima datog štapa po pomeranjima i obrtanjima.***

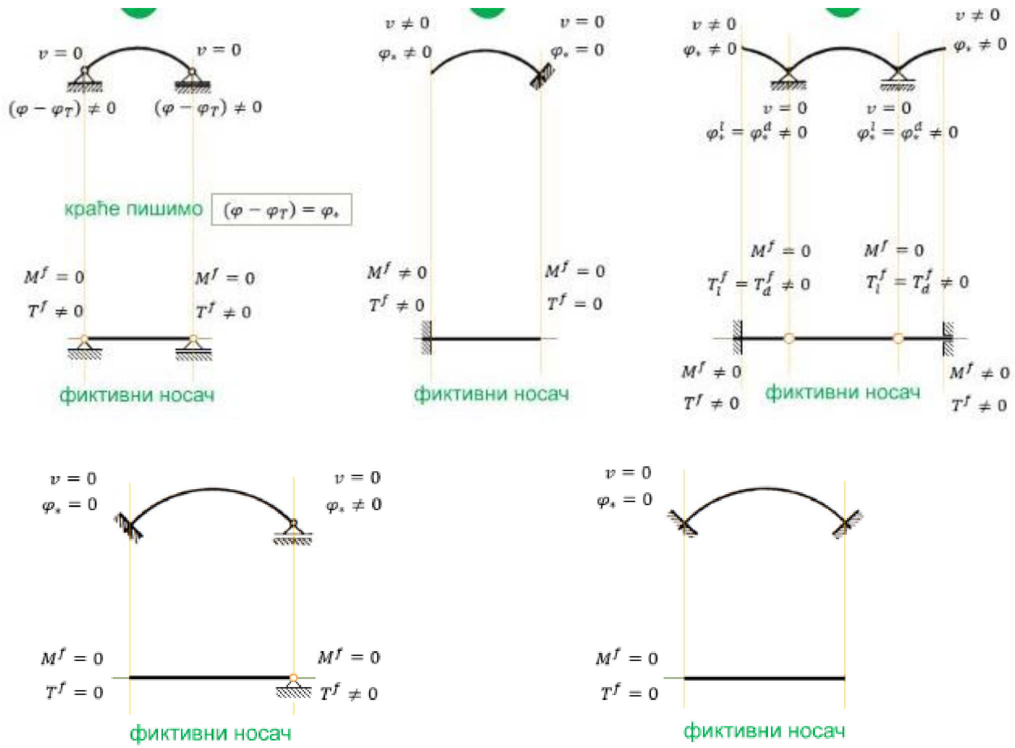
$$\boldsymbol{M_{ik}^f = v_i, \quad M_{ki}^f = v_k, \quad T_{ik}^f = (\varphi - \varphi_T)_i, \quad T_{ki}^f = (\varphi - \varphi_T)_k}$$

Stvarni nosač ***Fiktivni nosač***

1.		$v_i = 0$ $(\varphi - \varphi_T)_i \neq 0$		$M_i^f = 0$ $T_i^f \neq 0$
2.		$v_i = 0$ $(\varphi - \varphi_T)_i = 0$		$M_i^f = 0$ $T_i^f = 0$
3.		$v_i \neq 0$ $(\varphi - \varphi_T)_i \neq 0$		$M_i^f \neq 0$ $T_i^f \neq 0$
4.		$v_{i,l} = v_{i,d} \neq 0$ $(\varphi - \varphi_T)_{i,l}$ $= (\varphi - \varphi_T)_{i,d} \neq 0$		$M_{i,l}^f = M_{i,d}^f \neq 0$ $T_{i,l}^f = T_{i,d}^f \neq 0$
5.		$v_{i,l} = v_{i,d} \neq 0$ $(\varphi - \varphi_T)_{i,l}$ $\neq (\varphi - \varphi_T)_{i,d} \neq 0$		$M_{i,l}^f = M_{i,d}^f \neq 0$ $T_{i,l}^f \neq T_{i,d}^f \neq 0$
6.		$v_{i,l} = v_{i,d} = 0$ $(\varphi - \varphi_T)_{i,l}$ $= (\varphi - \varphi_T)_{i,d} \neq 0$		$M_{i,l}^f = M_{i,d}^f = 0$ $T_{i,l}^f = T_{i,d}^f \neq 0$
7.		$v_{i,l} = v_{i,d} = 0$ $(\varphi - \varphi_T)_{i,l}$ $\neq (\varphi - \varphi_T)_{i,d} \neq 0$		$M_{i,l}^f = M_{i,d}^f = 0$ $T_{i,l}^f \neq T_{i,d}^f \neq 0$

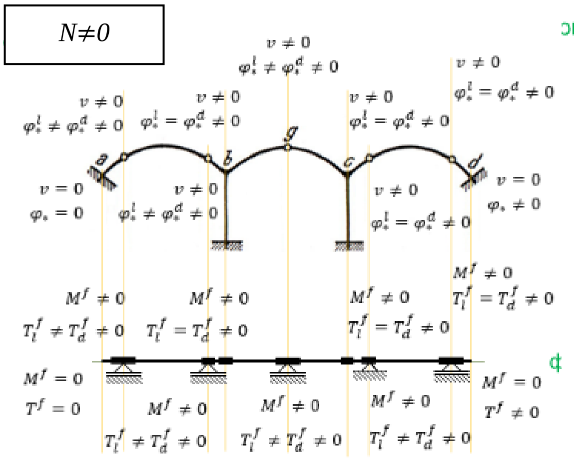
Primeri – Određivanje fiktivnog nosača

Fiktivni nosač je nosač čija je osa normalna na pravac traženog pomeranja, opterećen raspodeljenim fiktivnim opterećenjem p^f i m^f i čiji su granični uslovi po silama jednaki graničnim uslovima datog nosača po pomeranjima.



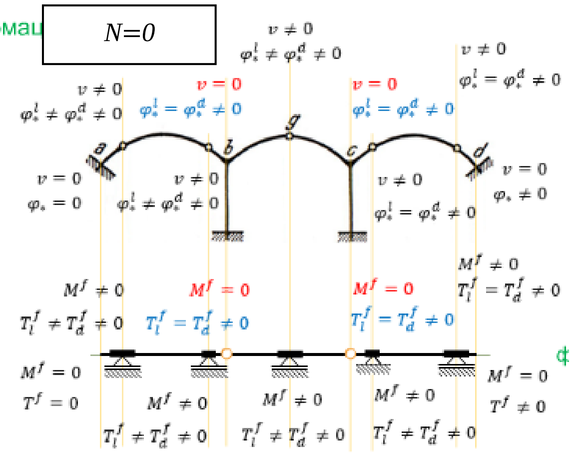
Postoji mogućnost da fiktivni nosač bude kinematički labilan nosač!

N≠0



3x statički neodređen fiktivni nosač

N=0



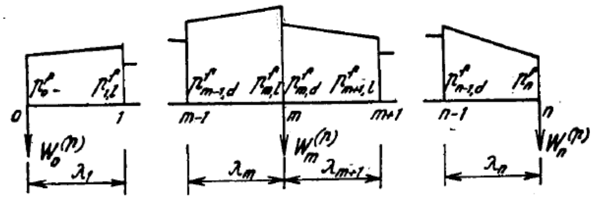
1x statički neodređen fiktivni nosač

Elastične težine

Kada je opterećenje fiktivnog nosača komplikovano, uticaje T^f *i* M^f određujemo numerički. Pri tome uticaje od p^f i m^f zamenjujemo koncentrisanim silama u tačkama za koje tražimo pomeranja, odnosno obrtanja. Te sile obilježavamo sa W I nazivamo ih *elastičnim težinama.*

1. Linearna promjena između čvorova

- Fiktivno opterećenje p^f



Sl. 1

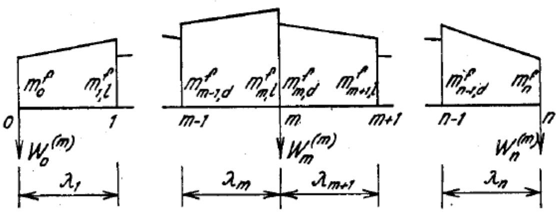
$$W_0^{(p)} = \frac{\lambda_1}{6}(2p_0^f + p_{1,l}^f),$$

$$W_m^{(p)} = \frac{\lambda_m}{6}(p_{m-1,d}^f + 2p_{m,l}^f) + \frac{\lambda_{m+1}}{6}(2p_{m,d}^f + p_{m+1,l}^f),$$

$$m = 1, 2, \ldots m-1$$

$$W_n^{(p)} = \frac{\lambda_n}{6}(p_{n-1,d}^f + 2p_n^f).$$

- Fiktivno opterećenje m^f



$$W_0^{(m^f)} = -\frac{m_0^f + m_{1,l}^f}{2}$$

$$W_m^{(m^f)} = \frac{m_{m-1,d}^f + m_{m,l}^f}{2} - \frac{m_{m,d}^f + m_{m+1,l}^f}{2},$$

$$m = 1, 2, \ldots, n-1,$$

$$W_n^{(m^f)} = \frac{m_{n-1,d}^f + m_n^f}{2}.$$

- Ukoliko nema skokova kod opterećenja

$$W_0^{(p)} = \frac{\lambda}{6}(2p_0^f + p_1^f),$$

$$W_m^{(p)} = \frac{\lambda}{6}(p_{m-1}^f + 4p_m^f + p_{m+1}^f), \qquad m = 1, 2, \ldots n-1,$$

$$W_n^{(p)} = \frac{\lambda}{6}(p_{n-1}^f + 2p_n^f),$$

$$W_0^{(m^f)} = -\frac{m_0^f + m_1^f}{2},$$

$$W_m^{(m^f)} = \frac{m_{m-1}^f - m_{m+1}^f}{2}, \quad m = 1, 2, \ldots, n-1,$$

$$W_n^{(m^f)} = \frac{m_{n-1}^f + m_n^f}{2}.$$

2. Promjena opterećenja po zakonu kvadratne parabole

$$W_0^{(p)} = \frac{\lambda}{24}(7p_0^f + 6p_1^f - p_2^f),$$

$$W_m^{(p)} = \frac{\lambda}{12}(p_{m-1}^f + 10p_m^f + p_{m+1}^f), \qquad m = 1, 2, \ldots, n-1,$$

$$W_n^{(p)} = \frac{\lambda}{24}(7p_n^f + 6p_{n-1}^f - p_{n-2}^f).$$