

Strukturalna analiza statički određenih nosača

Statički određeni nosači sastoje se od jedne ili od više kinematički prosto stabilnih (statički određenih) ploča. Najjednostavnija statički određena ploča je ona ploča koja se sastoji od jednog ili više kruto vezanih štapova – **grana**.

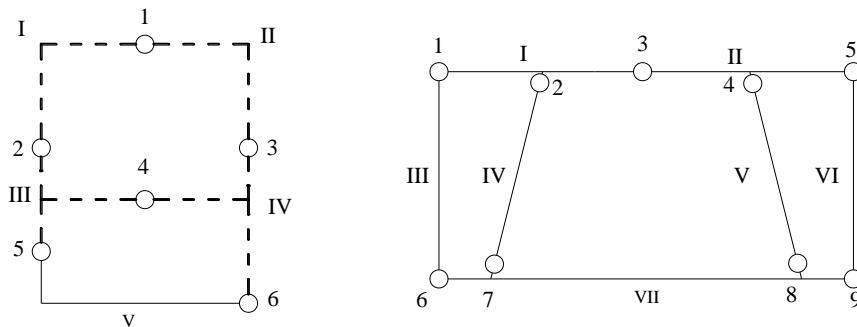
Svaka kinematički prosto stabilna ploča sastoji se od jedne ili više zglavkasto vezanih grana, pri tome mora biti zadovoljen sledeći uslov: $3Zg-3=2Zz$. Zg – broj grana jedne ploče, Zz – broj zglobova.

Prosta grana je grana koja je sa drugim granama povezana samo u dva čvora.

Prost čvor je čvor u kome su povezane samo dve proste grane.

Sistem grana I vrste je sistem koji se sukcesivnim uklanjanjem grana iz prostih čvorova može svesti na samo jednu granu (primenjujemo metod čvorova, dekompozicije, preseka).

Sistem grana II vrste je sistem u kome ne postoji ni jedan prost čvor ili se sukcesivnim uklanjanjem ne može svesti na samo jednu granu (metod zamene elemenata).



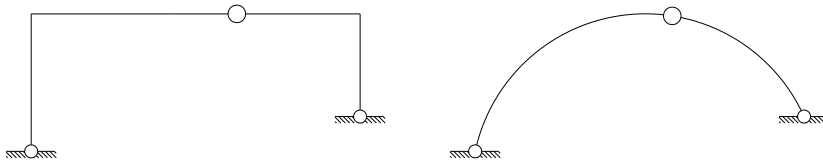
$Zg=5, Zz=6 \rightarrow 3 \cdot 5 - 3 = 2 \cdot 6$ (statički određena ploča) $Zg=7, Zz=9 \rightarrow 3 \cdot 7 - 3 = 2 \cdot 9$

Nosači na tri zgloba

Sastoje se od dve kinematički krute ploče međusobno zglobno povezane, svaka oslonjena na nepokretno ležište.

- Luk na tri zgloba
- Ram na tri zgloba

Osnovna karakteristika im je da za bilo koje opterećenje, pa i vertikalno, imaju kose reakcije.



Pravac lučne sile – linija koja spaja oslonачke tačke.
 l – raspon luka (hor.rastojanje)
 f – strela luka (vert.rastojanje)

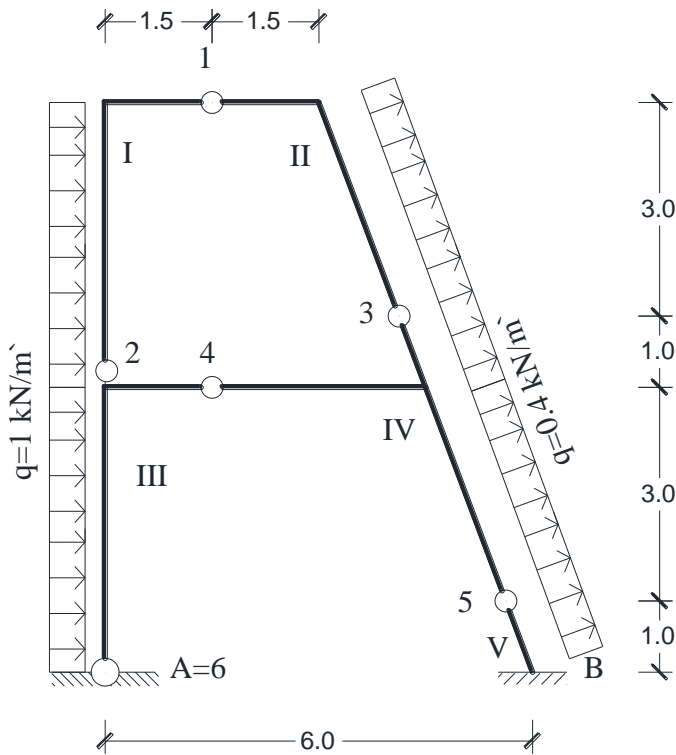
Reakcije oslonaca

$\sum M_a = 0 \rightarrow V'_b = \frac{1}{l} \sum M_a$
 $\sum M_b = 0 \rightarrow V'_a = \frac{1}{l} \sum M_b$
 $\sum M_g^l = 0 \rightarrow H_a = \frac{1}{f \cos \alpha_0} \sum M_g^l$
 $\sum M_g^d = 0 \rightarrow H_b = \frac{1}{f \cos \alpha_0} \sum M_g^d$
 $H'_a = \frac{H_a}{\cos \alpha_0} \rightarrow H_a = \frac{1}{f} \sum M_g^l$
 $H'_b = \frac{H_b}{\cos \alpha_0} \rightarrow H_b = \frac{1}{f} \sum M_g^d$
 $V_a = V'_a + H'_a \sin \alpha_0 = V'_a + H_a \tan \alpha_0$
 $V_b = V'_b - H'_b \sin \alpha_0 = V'_b - H_b \tan \alpha_0$

$\sum M_a = 0 \rightarrow V'_b = \frac{1}{l} \sum M_a$
 $\sum M_b = 0 \rightarrow V'_a = \frac{1}{l} \sum M_b$
 $\sum M_g^l = 0 \rightarrow H_a = \frac{1}{f \cos \alpha_0} \sum M_g^l$
 $\sum M_g^d = 0 \rightarrow H_b = \frac{1}{f \cos \alpha_0} \sum M_g^d$
 $H'_a = \frac{H_a}{\cos \alpha_0} \rightarrow H_a = \frac{1}{f} \sum M_g^l$
 $H'_b = \frac{H_b}{\cos \alpha_0} \rightarrow H_b = \frac{1}{f} \sum M_g^d$
 $V_a = V'_a + H'_a \sin \alpha_0 = V'_a + H_a \tan \alpha_0$
 $V_b = V'_b - H'_b \sin \alpha_0 = V'_b - H_b \tan \alpha_0$

STATIKA KONSTRUKCIJA 1 - VEŽBE

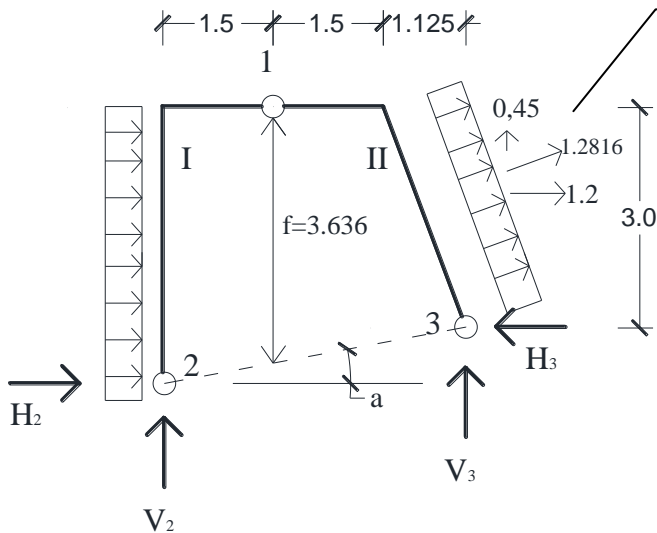
Zadatak: Za statički određen okvir i nosač odrediti dijagrame presečnih sila i reakcije oslonaca usled opterećenja datog na slici.



$Z_g=5, Z_z=6 \rightarrow 3 \cdot 5 - 3 = 2 \cdot 6$ – statički određena ploča

Ploča I i II su u sistemu rama na 3 zgloba, kao i III i IV.
Ploča V je autostabilna (ima 3 spoljašnja elementa) i prihvata opterećenje od ostalih ploča čvornim silama iz čvora 5.

Ploče I i II



$$\begin{aligned} 1.2816 \cdot \cos \alpha &= 0.45 \\ 1.2816 \cdot \sin \alpha &= 1.20 \\ \alpha &= 69.444^\circ \end{aligned}$$

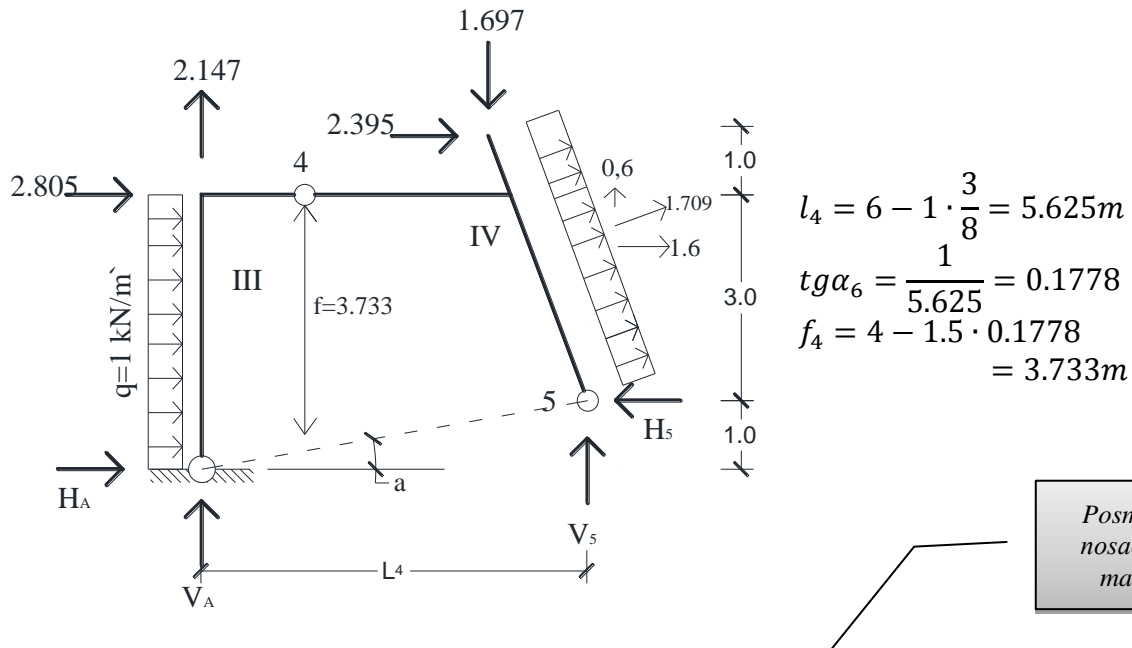
$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{8}{3} \rightarrow \alpha = 69.444^\circ \\ l_2 &= 3 + 3 \cdot \frac{3}{8} = 4.125 \text{ m} \\ \operatorname{tg} \alpha_2 &= \frac{1}{4.125} = 0.2424 \\ f_1 &= 4 - 1.5 \cdot 0.2424 = 3.636 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_3 = 0 \rightarrow V_2 &= \frac{1}{l} \sum M_3 \rightarrow V_2 = \frac{-1 \cdot 4 \cdot 1 - 0.45 \cdot 0.5625 - 1.2 \cdot 1.5}{4.125} = -1.467 \text{ kN} \\ \sum M_2 = 0 \rightarrow V_3 &= \frac{1}{l} \sum M_2 \rightarrow V_3 = \frac{1 \cdot 4 \cdot 2 - 0.45 \cdot 3.5625 + 1.2 \cdot 2.5}{4.125} = 2.278 \text{ kN} \\ H_2 &= \frac{1}{f} \sum M_1^l \rightarrow H_2 = \frac{-1 \cdot 4 \cdot 2 - 1.467 \cdot 1.5}{3.636} = -2.805 \text{ kN} \\ H_3 &= \frac{1}{f} \sum M_1^d \rightarrow H_3 = \frac{1.2 \cdot 1.5 + 0.45 \cdot 2.0625 + 2.278 \cdot 2.625}{3.636} = 2.395 \text{ kN} \\ V_2 &= V_2 + H_2 \operatorname{tg} \alpha_2 = -1.467 - 2.805 \cdot 0.2424 = -2.147 \text{ kN} \end{aligned}$$

STATIKA KONSTRUKCIJA 1 - VEŽBE

$$V_3 = V'_3 + H_3 \operatorname{tg} \alpha_2 = 2.278 - 2.395 \cdot 0.2424 = 1.697 \text{ kN}$$

Ploče III i IV



$$\sum M_5 = 0 \rightarrow V'_A = \frac{1}{l} \sum M_5 \rightarrow V'_A = \frac{-1 \cdot 8 \cdot 3 - 1.05 \cdot 1.3125 - 2.8 \cdot 3.5}{5.625} = -6.254 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow V'_5 = \frac{1}{l} \sum M_A \rightarrow V'_5 = \frac{1 \cdot 8 \cdot 4 - 1.05 \cdot 4.3125 + 2.8 \cdot 4.5}{5.625} = 7.124 \text{ kN}$$

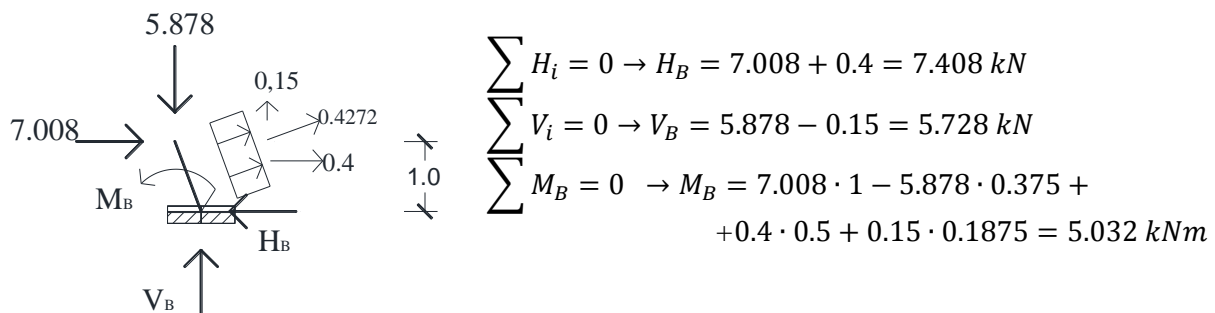
$$H_A = \frac{1}{f} \sum M_4^l \rightarrow H_A = \frac{-1 \cdot 4 \cdot 2 - 6.254 \cdot 1.5 + 2.147 \cdot 1.5}{3.733} = -3.793 \text{ kN}$$

$$H_5 = \frac{1}{f} \sum M_4^d \rightarrow H_5 = \frac{1.6 \cdot 1.0 + 0.6 \cdot 3.375 + 7.124 \cdot 4.125 - 1.697 \cdot 2.625 - 2.395 \cdot 1.0}{3.733} = 7.008 \text{ kN}$$

$$V_A = V'_A + H_A \operatorname{tg} \alpha_6 = -6.254 - 3.793 \cdot 0.1778 = -6.928 \text{ kN}$$

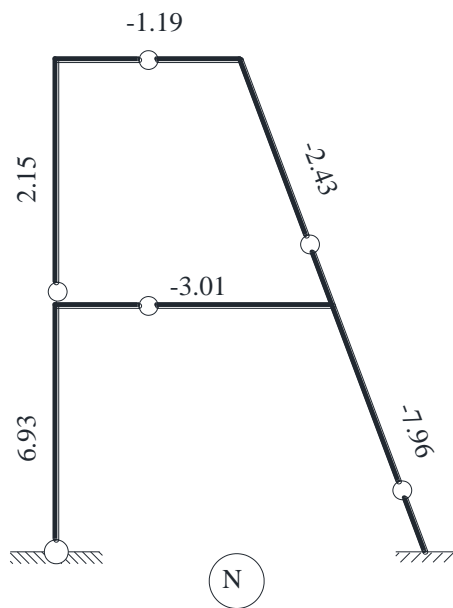
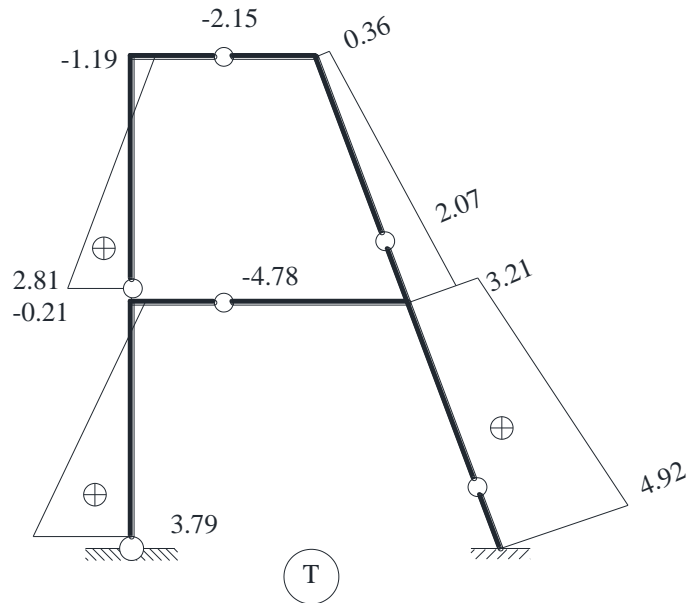
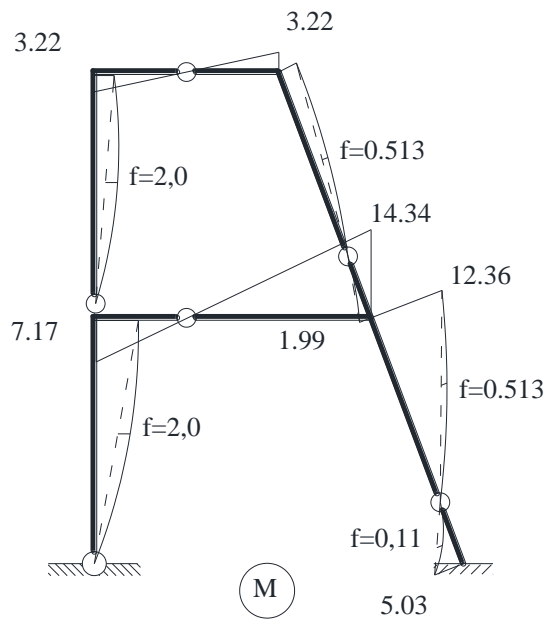
$$V_5 = V'_5 + H_5 \operatorname{tg} \alpha_6 = 7.124 - 7.008 \cdot 0.1778 = 5.878 \text{ kN}$$

Ploča V



STATIKA KONSTRUKCIJA 1 - VEŽBE

-Dijagrami presečnih sila

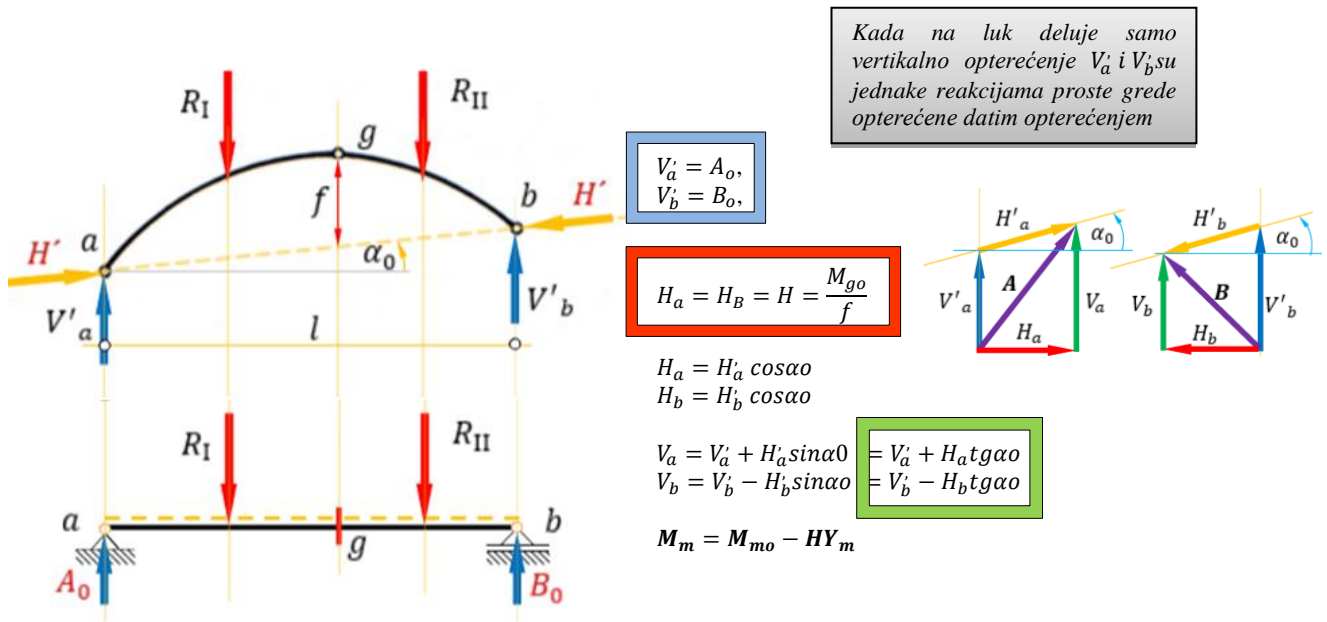


Čvor „B“

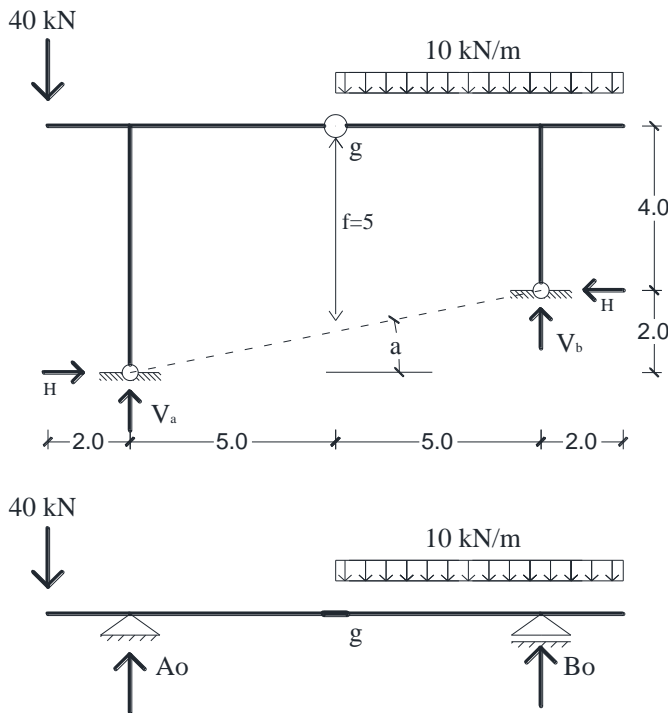
$$N = -\cos 69.44 \cdot 7.408 - \sin 69.44 \cdot 5.728 = -7.965 \text{ kN}$$

$$T = \sin 69.44 \cdot 7.408 - \cos 69.44 \cdot 5.728 = 4.921 \text{ kN}$$

Nosač na tri zgloba – vertikalno spoljašnje opterećenje



Zadatak: Odrediti reakcije i dijagrame presečnih sila za trozglobni luk sa slike.



Reakcije proste grede

$$\operatorname{tg} \alpha_a = \frac{1}{5.0} = 0.20$$

$$\sum M_a = 0 \rightarrow B_0 = \frac{70 \cdot 8.5 - 40 \cdot 2}{10} = 51.5 \text{ kN}$$

$$\sum V_i = 0 \rightarrow A_0 = 40 + 10 \cdot 7 - 51.5 = 58.5 \text{ kN}$$

$$H_a = H_b = H = \frac{M_{g0}}{f} = \frac{-40 \cdot 7 + 58.5 \cdot 5}{5} = 2.5 \text{ kN}$$

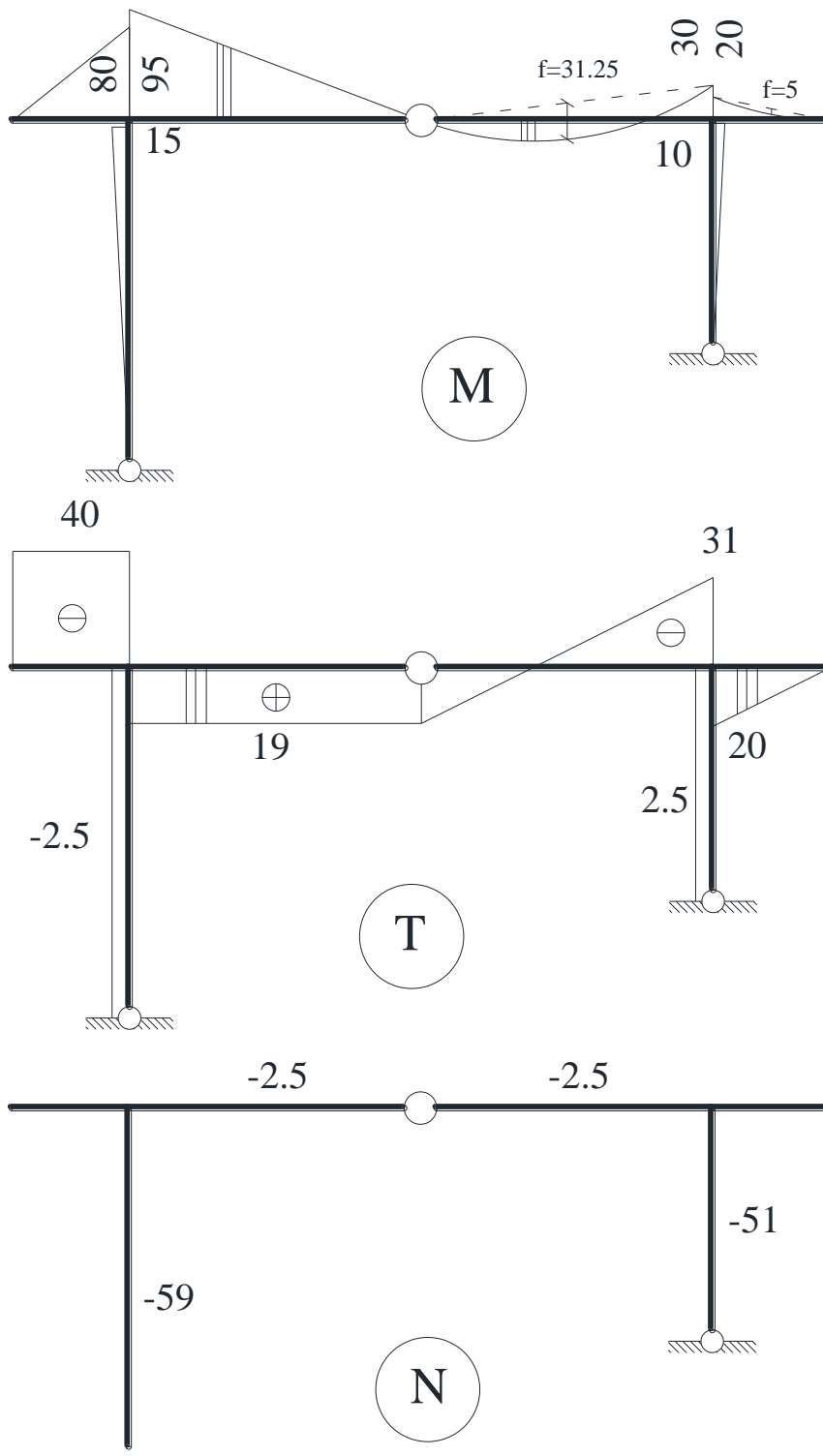
$$V_a = A_0 + H_a \operatorname{tg} \alpha_0 = 58.5 + 2.5 \cdot 0.2 = 59 \text{ kN}$$

$$V_b = B_0 - H \operatorname{tg} \alpha_0 = 51.5 - 2.5 \cdot 0.2 = 51 \text{ kN}$$

Reakcije luka na 3 zgloba

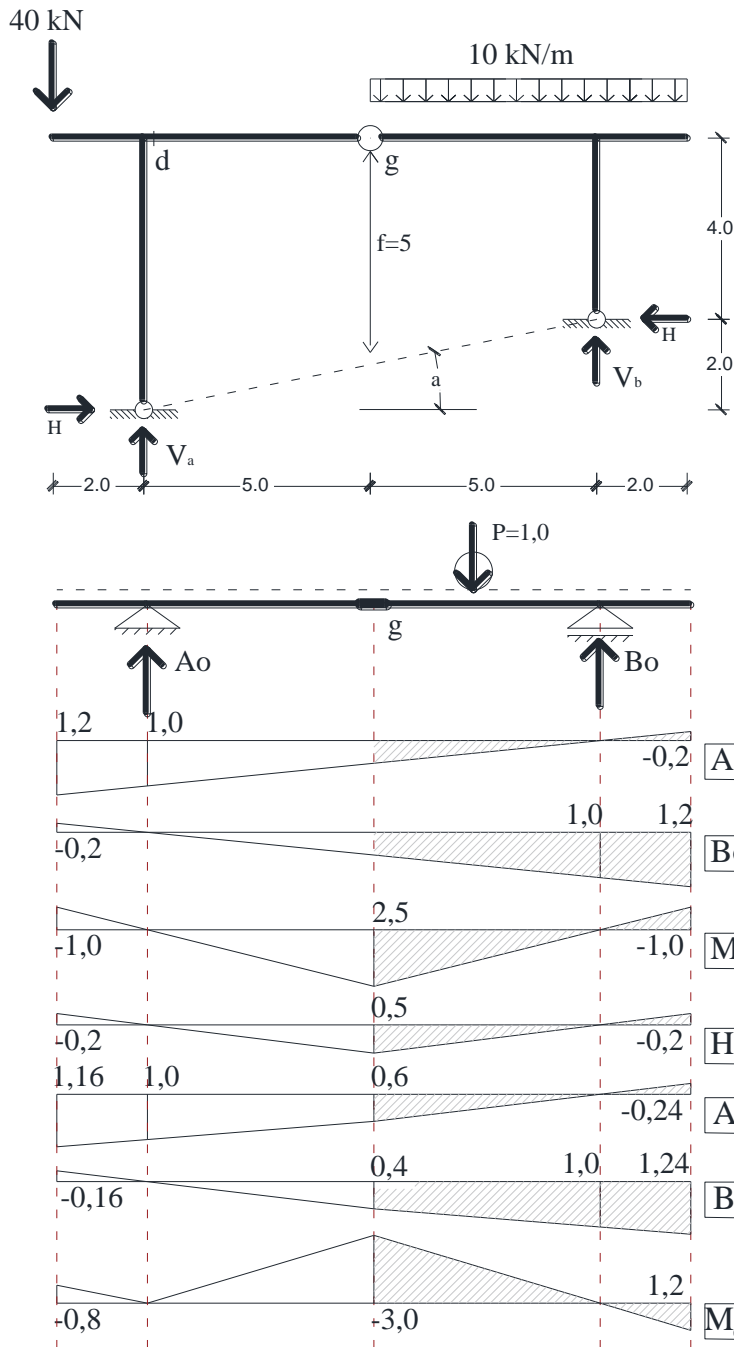
STATIKA KONSTRUKCIJA 1 - VEŽBE

- Dijagrami presečnih sila



STATIKA KONSTRUKCIJA 1 - VEŽBE

Provera reakcija putem uticajnih linija



$$\sum M_b = 0 \rightarrow A_o = \frac{P \cdot u_b}{l}$$

$$A_o = 40 \cdot 1,2 + 10 \frac{0,5}{2} 5 - 10 \frac{0,2}{2} 2 = 58,5 \text{ kN}$$

$$\sum V_i = 0 \rightarrow B_o = 1 - A_o$$

$$B_o = -40 \cdot 0,2 + 10 \frac{0,5 + 1,2}{2} 7 = 51,5 \text{ kN}$$

$$M_{go} = A_o \cdot 5 - u_g$$

$$M_{go} = -40 \cdot 1 + 10 \frac{2,5}{2} 5 - 10 \frac{1}{2} 2 = 12,5 \text{ kNm}$$

$$H = \frac{M_{go}}{f}$$

$$H = -40 \cdot 0,2 + 10 \frac{0,5}{2} 5 - 10 \frac{0,2}{2} 2 = 2,5 \text{ kNm}$$

$$A = A_o + H \cdot \tan \alpha$$

$$A = 40 \cdot 1,16 + 10 \frac{0,6}{2} 5 - 10 \frac{0,24}{2} 2 = 59 \text{ kN}$$

$$B = B_o + H \cdot \tan \alpha$$

$$B = -40 \cdot 0,16 + 10 \frac{0,4 + 1,24}{2} 7 = 51 \text{ kN}$$

$$M_d = -H \cdot 6 - u_d$$

$$M_d = -40 \cdot 0,8 - 10 \frac{3}{2} 5 + 10 \frac{1,2}{2} 2 = -95 \text{ kNm}$$