

ПРИПРЕМА ЗА ПИСМЕНИ ДИО ИСПИТА

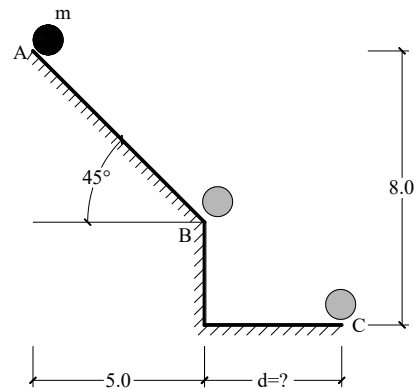
Задатак 1: Материјална тачка се креће у равни xOy константним убрзањем $a=5\text{m/s}^2$ ($\vec{a} = 5\vec{i}$). Одредити полупречник кривине у $t=1\text{s}$ ако је $v_0=5\text{m/s}$ и $\alpha_{v_0}=30^\circ$.

$$\begin{aligned} \rho &=? \\ a_n &= \frac{v^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{v^2}{a_n} \\ a_n &= \sqrt{a^2 - a_T^2} \\ a_T &= \frac{dv}{dt} \\ \vec{v} &= X\vec{i} + Y\vec{j} \\ v &= |\vec{v}| = \sqrt{X^2 + Y^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{X} &= 5 \Rightarrow \dot{X} = 5t + C_1 \\ \ddot{Y} &= 0 \Rightarrow \dot{Y} = C_2 \\ t = 0 &\Rightarrow \dot{X}_0 = \cos 30^\circ \cdot 5 = 4.33 = C_1 \\ t = 0 &\Rightarrow \dot{Y}_0 = \sin 30^\circ \cdot 5 = 2.50 = C_2 \\ v &= |\vec{v}| = \sqrt{(5 \cdot 1 + 4.33)^2 + 2.5^2} = 9.66 \text{ m/s} \\ a_T &= \frac{d}{dt} \left(\sqrt{(5t + 4.33)^2 + 2.5^2} \right) = 4.83 \text{ m/s}^2 \\ a_n &= \sqrt{5^2 - 4.83^2} = 1.29 \text{ m/s}^2 \\ \rho &= \frac{9.66^2}{1.29} = 72.34 \text{ m} \end{aligned}$$

Задатак 2: Тело масе $m=2\text{ kg}$ клизи низ храпаву раван са коефицијентом $\mu = 0,20$ полазећи из стања мировања (Тачка А). Потребно је:

- одредити брзину тела у тачки В;
- написати диференцијалне једначине кретања на делу када оно врши слободно кретање;
- одредити положај тачке С у којој ће тело ударити о хоризонталну подлогу ($d=?$).
 $g=10\text{m/s}^2$.



a) Брзина тела у тачки В

$$T_B - T_A = \Sigma A$$

$$\frac{1}{2}m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2}m \cdot v_A^2 = A_{(mg)} + A_{(\mu)}$$

$$A_{(mg)} = mg5 = 100$$

$$A_{(\mu)} = -F_\mu \cdot \overline{AB} = -2.83 \cdot 7.07 = -20.01$$

$$F_\mu = N \cdot \mu = m \cdot g \cdot \cos 45 \cdot \mu = 2 \cdot 10 \cdot \cos 45 \cdot 0.2 = 2.83$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v_B^2 = 79.99$$

$$v_B = \sqrt{79.99} = 8.94 \text{ m/s}$$

b) Диференцијалне једначине кретања на делу када тело врши слободно кретање

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}$$

$$\begin{aligned} x: m \cdot \ddot{x} &= 0 \quad /: m \\ \ddot{x} &= 0 \quad / \int \\ \dot{x} &= C_1 \quad / \int \\ x &= C_1 t + C_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y: m \cdot \ddot{Y} &= -m \cdot g \\ \ddot{Y} &= -g \quad / \int \\ \dot{Y} &= -g \cdot t + C_3 \quad / \int \\ Y &= \frac{-g}{2} \cdot t^2 + C_3 \cdot t + C_4 \end{aligned}$$

Константе C_1, C_2, C_3 и C_4 одређују се из почетних услова:

$$\begin{aligned} t = 0; \quad x = 0 &\Rightarrow C_1 \cdot t + C_2 = 0 \\ C_2 &= 0 \\ \dot{x} = \cos 45 \cdot v_B &\Rightarrow C_1 = 6.32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t = 0 \Rightarrow Y = 3 &\Rightarrow 3 = C_4 \\ \dot{Y} = -\sin 45 \cdot v_B &\Rightarrow \dot{Y} = -g \cdot t + C_3 = -6.32 \\ C_3 &= -6.32 \end{aligned}$$

$$\boxed{x = 6.32t} \quad (1)$$

$$\boxed{Y = -\frac{g}{2} \cdot t^2 - 6.32t + 3} \quad (2)$$

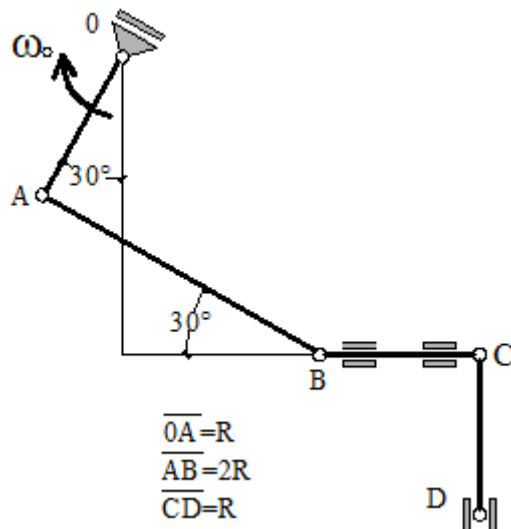
с) Положај тачке С у којој ће тело ударити о хоризонталну подлогу

$$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{6.32} \Rightarrow (2) Y = \frac{-g}{2} \cdot \frac{x^2}{39.94} - 6.32 \frac{x}{6.32} + 3$$

У тренутку када камен падне на подлогу имамо да је

$$\begin{aligned} Y = 0 &\Rightarrow \\ 0 &= \frac{-10}{2} \cdot \frac{x^2}{39.94} - 6.32 \frac{x}{6.32} + 3 \\ &\Rightarrow x = 2.32m \end{aligned}$$

Задатак 3: Механизам при кретању пролази кроз положај приказан на скици. Штап АО обрће константном угаоном брзином ω_0 . Наћи брзине свих тачака и угаоне брзине свих штапова.



Познато ω_0 ,: $\overline{OA} = R$, $\overline{AB} = 2R$, $\overline{CD} = R$

Тражи се: $v_o, v_A, v_B, v_C, v_D, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$

Формуле неопходне за решавање:

$$v_M = \overline{MP_V} \cdot \omega_V$$

$$\omega_V = \frac{v_M}{\overline{MP_V}}$$

$$0 \equiv P_1 \rightarrow v_0 = 0$$

$$\omega_1 = \omega_0$$

$$v_A = \omega_1 \cdot \overline{P_1A} = \omega_1 \cdot \overline{OA} = \omega_0 R$$

$$\omega_2 = \frac{v_A}{\overline{AP_2}}$$

$$\Delta AP_2B \rightarrow \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{2R}{\overline{AP_2}}$$

$$\rightarrow \overline{AP_2} = \frac{2R}{\operatorname{tg} 30} = \frac{2R}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 3.464R \text{ [m]}$$

$$\omega_2 = \frac{v_A}{\overline{AP_2}} = \frac{\omega_0 R}{3.464R} = 0.289\omega_0 \text{ [rad/s]}$$

$$v_B = \omega_2 \cdot \overline{P_2B}$$

$$\Delta AP_2B \rightarrow \overline{P_2B}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AP_2}^2 \rightarrow \overline{P_2B} = \sqrt{(2R)^2 + (3.464R)^2}$$

$$\rightarrow \overline{P_2B} = \sqrt{15.999R^2} = 4R \text{ [m]}$$

$$v_B = \omega_2 \cdot \overline{P_2B} = 0.289\omega_0 \cdot 4R = 1.156\omega_0 R \text{ [m/s]}$$

$$P_3 \rightarrow \infty \Rightarrow \omega_3 = 0$$

На основу Теореме о пројекцијама вектора брзина:

$$v_B \cos \alpha = v_C \cos \beta$$

следи да је:

$$v_B \cos 0 = v_C \cos 0 \rightarrow v_C = v_B$$

$$v_C = 1.156\omega_0 R \text{ [m/s]}$$

$$D \equiv P_4 \rightarrow v_D = 0$$

$$\omega_4 = \frac{v_C}{\overline{CP_4}} = \frac{1.156\omega_0 R}{R} = 1.156\omega_0 \text{ [rad/s]}$$

