

Декартов правоугли координатни систем

Брзина материјалне тачке

Вектор брзине \vec{v} материјалне тачке у датом тренутку времена (t) једнак је првом изводу вектора положаја тачке по времену.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$

Брзина материјалне тачке у Декартовом координатном систему

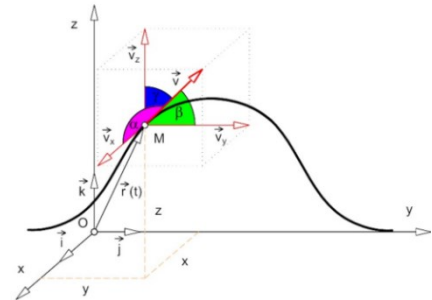
$$\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

Интензитет брзине материјалне тачке у Декартовом координатном систему

$$[\vec{v}] = v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$$

Јединица мере за брзину у техничком систему је метар у секунди.

$$[\vec{v}] = \left[\frac{m}{s} \right]$$



Убрзање материјалне тачке

Вектор убрзања \vec{a} тачке у датом тренутку времена (t) једнак је првом изводу вектора брзине \vec{v} тачке по времену или другом изводу вектора положаја тачке \vec{r} по времену.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} \quad \vec{a} = \frac{d}{dt} \frac{d\vec{r}}{dt} = \ddot{\vec{r}}$$

Убрзање материјалне тачке у Декартовом координатном систему

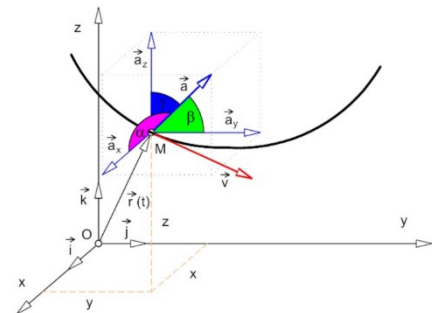
$$\vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$$

Интензитет убрзања материјалне тачке у Декартовом координатном систему

$$[\vec{a}] = a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$$

Јединица мере за убрзање у техничком систему је:

$$[\vec{a}] = \left[\frac{m}{s^2} \right]$$



ЗАДАЦИ

1. Дате су коначне једначине кретања материјалне тачке у равни xOy :

$$x = t^2 \quad (1)$$

$$y = 4 - 2t^2 \quad (2)$$

Одредити вектор и интензитет брзине и убрзања у тренутку $t = 1s$

- Вектор брзине:

$$\vec{v} = ?$$

$$\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j}$$

$$\dot{x} = 2t$$

$$\dot{y} = 0 - 4t = -4t$$

$$\vec{v} = 2t\vec{i} - 4t\vec{j}$$

- Вектор убрзања:

$$\vec{a} = ?$$

$$\vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j}$$

$$\ddot{x} = 2$$

$$\ddot{y} = -4$$

$$\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$$

- Интензитет брзине:

$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$$

$$v = \sqrt{(2t)^2 + (-4t)^2}$$

у тренутку $t = 1s$

$$v = \sqrt{(2 \cdot 1)^2 + (-4 \cdot 1)^2} = \sqrt{20} \frac{m}{s}$$

- Интензитет убрзања:

$$a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2}$$

$$a = \sqrt{(2)^2 + (-4)^2}$$

у тренутку $t = 1s$

$$v = \sqrt{(2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{20} \frac{m}{s^2}$$

2. Одреди коначне једначине кретања тачке, када су познати почетни услови.

$$x_{(t=0)} = 1$$

$$y_{(t=0)} = 2$$

$$\dot{x} = 2$$

$$\dot{y} = 2t$$

$$\vec{v} = \{\dot{x}, \dot{y}\}$$

- Први извод x по времену:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = 2$$

$$dx = 2dt$$

$$\int dx = \int 2dt$$

$$\boxed{x = 2t + C_1}$$

- Први извод y по времену:

$$\dot{y} = \frac{dy}{dt} = 2t$$

$$dy = 2tdt$$

$$\int dy = \int 2tdt$$

$$\boxed{y = 2t^2 + C_2}$$

Константе C_1 и C_2 одређују се из почетних услова:

- Први извод x по времену:

$$t = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$x = 2t + C_1 = 1 \Rightarrow$$

$$2 \cdot 0 + C_1 = 1 \Rightarrow$$

$$C_1 = 1$$

- Први извод y по времену:

$$t = 0 \Rightarrow y = 2$$

$$y = 2t^2 + C_2 = 2 \Rightarrow$$

$$2 \cdot 0 + C_2 = 2 \Rightarrow$$

$$C_2 = 2$$

Коначне једначине кретања тачке:

$$\boxed{x = 2t + 1}$$

$$\boxed{y = 2t^2 + 2}$$